Gnädig Péter – Honyek Gyula – Vigh Máté

333+ FURFANGOS FELADAT FIZIKÁBÓL

TYPOTEX

A könyv megjelenését a

Magyar Tudományos Akadémia támogatta.

ISBN 978 963 279 903 2

Témakör: *fizika*

Kedves Olvasó!
Köszönjük, hogy kínálatunkból választott olvasnivalót!

Újabb kiadványainkról és akcióinkról
a *www.typotex.hu* és a *facebook.com/typotexkiado*
oldalakon értesülhet.

Kiadja a Typotex Elektronikus Kiadó Kft.
Felelős vezető: Votisky Zsuzsa
Az ábrákat rajzolta és
a kötetet gondozta: Vigh Máté
Szakmai lektor: Vankó Péter
Nyelvi lektor: Ratkó Istvánné
Borítóterv: Sosity Beáta
Készült a Séd Nyomda Kft. nyomdájában.
Felelős vezető: Katona Szilvia

Károlyházy Frigyes
emlékének

Tartalomjegyzék

Előszó

A feladatmegoldás fontos részét képezi a fizika tanításának, tanulásának. A fizikai törvényeket a számolásos feladatok segítségével lehet „működtetni”, alkalmazni. Ez az alkalmazás azonban bizonyos rutint tételez fel, amelynek hiánya még a legjobb képességű diákok közül is sokakat elijeszt a fizikától, a természettudományoktól. A példatári feladatok gyakran csak hosszú, kitartó (a diákok szerint unalmas, fantáziátlan, „rágós”) számolással oldhatók meg. A legjobbak közül is sokan úgy érezhetik, hogy számukra ezek a feladatok nem elég vonzóak, nem alkalmasak arra, hogy „kreativitásuk” (zsenialitásuk?) megnyilvánulhasson.

Ez a könyv azt szeretné bizonyítani, hogy nem minden fizikafeladat *ilyen*. Vannak *olyan* problémák, amelyek megoldása egy-egy jó ötletet, a szokásostól eltérő gondolkodásmódot, egy csipetnyi „furfangosságot” igényel. Ha ez az „isteni szikra” kipattan, az arkhimédészi *heuréka*-élmény beugrik, akkor gyakran néhány sornyi számolással (esetleg fejben végiggondolható érveléssel) kész a megoldás.

Természetesen a logika önmagában nem elegendő. Az univerzális fizikai törvények ismerete nélkül senkinek nincs esélye arra, hogy kitalálja ezeket a „furfangokat”. Nem biztathatunk tehát senkit, hogy a fizika tanulása nélkül álljon neki ezen feladatok megoldásának, csupán annyit mondhatunk, hogy a problémákkal való birkózás sikere nem feladatmegoldói rutinon múlik. Akármekkora segítséggel és akármeddig is jut el az Olvasó egy-egy feladatnál, a megoldás megismerése meglepetést és remélhetőleg örömet fog okozni. Biztosak vagyunk benne, hogy némelyik gondolatmenetre azt fogja mondani, hogy „ügyes”, másokra pedig azt: „hű de szép!” Célunk az, hogy minél több megoldási módszerrel, hasznos „trükkel” ismertessük meg az Olvasót, ezzel gyarapítva feladatmegoldói fegyvertárát. Be kell vallanunk, hogy a könyvben találhatóak olyan feladatok is, amelyek hosszabb számolást, felsőbb matematikai módszereket igényelnek, de ezek a problémák is tartogatnak valamilyen meglepetést, rejtett érdekességet, szépséget.

Könyvünket két korábbi feladatgyűjtemény előzte meg. Az egyik elődaz 1997-ben konferenciakiadványként megjelent *123 Furfangos Fizika Feladat*, ami sokak számára csak „zöld könyvként” ismert. A másik előzmény az angol nyelven 2001-ben megjelent *200 Puzzling Physics Problems*, amely a „zöld könyv” kibővített változata. Utóbbi kötetnek több fordítása (orosz, kínai és japán) is napvilágot látott. Az azóta eltelt évek során újabb és újabb furfangos feladatok, ínyenc problémák bukkantak fel, amelyek méltó utódai a korábban megjelent társaiknak. Ez késztetett minket arra, hogy egy új kötetben foglaljuk össze a régi feladatok legjavának átdolgozott, kibővített változatait és a hasonló szellemben megírt új problémákat.

A mostani összeállításban szereplő 333 feladatot szubjektív szempontok alapján válogattuk, tematikájuk emiatt igen szerteágazó. Találhatók közöttük saját agyszülemények, de felhasználtuk az idén 120 éves Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok feladatait, a különböző magyarországi és nemzetközi fizikaversenyek (részben átfogalmazott, továbbfejlesztett) problémáit is. Ötleteket merítettünk külföldi fizikai szaklapokból, és beépítettük munkánkba kollégáink javaslatait, észrevételeit is. A hazai és nemzetközi „ötletbörzén" felbukkanó fizikai problémák legnagyobb részéről lehetetlen hitelesen megállapítani, hogy ki a „szülője", eredeti megfogalmazója. Sok feladatot mégis társítani tudtunk bizonyos nevekkel; ezeket (elismerve a tévedés lehetőségét) a kötet végén felsoroltuk. Köszönettel tartozunk nekik és az összes ismeretlen problémaszerzőnek, hogy remek feladatok kitalálásával vagy továbbfejlesztésével hozzájárultak e kiadvány létrejöttéhez.

A könyv feladatainak nehézségi szintje vegyes. Jó részük ajánlható a középiskola alsóbb évfolyamain tanuló, a fizika iránt érdeklődő diákoknak is, más részük viszont a fizika és a matematika magasabb szintű ismeretét tételezi fel. Emiatt ez a példatár olyan természettudományos és műszaki pályát választó egyetemistáknak is hasznos lehet, akik szeretnék a fizika alapjait mélyebben megérteni. A kötet nem titkolt célja, hogy segítse a legtehetségesebb diákok elméleti felkészülését a Nemzetközi Fizikai Diákolimpiákra, hiszen a magyar csapat korábbi, illetve jelenlegi vezetőiként ezekből a feladatokból válogattunk az általunk tartott szakkörökön. Biztosak vagyunk benne, hogy a fizikával hivatásként foglalkozó tanárok, mérnökök, fizikusok is találnak sok kedvükre való csemegét, érdekességet a könyvben. Kívánjuk az Olvasóknak, forgassák élvezettel és haszonnal ezt a gyűjteményt, és ha találkoznak hasonló „furfangos" fizikafeladatokkal, kérjük, tegyék közkinccsé!

A kötetet Károlyházy Frigyes emlékének ajánljuk. Mindhárman tőle tanultuk, hogy mitől igazán furfangos és szép egy feladat, valamint hogy a fizika népszerűsítése és a fiatal tehetségek nevelése minden fizikával foglalkozó ember kötelessége.

Budapest, 2014. október *G. P., H. Gy., V. M.*

Előszó a második, bővített kiadáshoz

Könyvünk első kiadása 2014 végén jelent meg, és nem egészen egy év alatt az utolsó nyomtatott példány is elfogyott belőle. Ez indokolja az új kiadást. A kézirat lezárása óta eltelt két év alatt számos új feladatot gyűjtöttünk össze, így nem egyszerű utánnyomást, hanem bővített – és részben javított – kiadást tarthat most kezében az Olvasó.

A kötet címét kissé módosítottuk, az új cím *333+ Furfangos Feladat Fizikából*. A + jel a nagyjából 10%-os bővítésre utal: az új kiadásban összesen 365 feladat található, így most már az év minden napjára juthat egy-egy fejtörő. Nemcsak a feladványok mennyisége nőtt, hanem sok esetben a nehézségi szint is emelkedett, amit az is jelez, hogy egy „háromcsillagos" feladat is bekerült a könyvbe.

Akármilyen gondosan is készítettük el az első kiadást, néhány sajtóhiba, elírás maradt a könyvben, ezeket igyekeztünk kijavítani. Az első kiadásba bekerült két elvileg hibás megoldás is, mindkettő versenyfeladatként szerepelt sok-sok évvel ezelőtt. A logikusan hangzó, de mégis helytelen megoldásokban a hiba évtizedeken keresztül rejtve maradt, felismerésük mindannyiunk számára tanulságos volt.

Reméljük, hogy a régi és új feladatokon való töprengés legalább annyi örömet szerez majd az Olvasónak, mint amennyiben a szerzőknek volt része.

Budapest, 2016. december *G. P., H. Gy., V. M.*

Hogyan használjuk ezt a könyvet?

A könyv három nagy részre tagolódik. Az első részben a feladatok szövege található, többé-kevésbé a szokásos *tematikus* felosztás szerint; az eligazodást piktogramok segítik. Bizonyos feladatokról azonban nem lehet egyértelműen eldönteni, hogy pl. a mechanika, a hőtan vagy az elektromágnesség témakörébe tartoznak-e; lehet, hogy mindháromba, esetleg egyikbe se! Ezeket mégis igyekeztünk egyfajta önkényes logika szerint besorolni. Az egyes témakörökön belül a feladatokat nem nehézségük, hanem tárgyuk szerint fűztük egymás után. Sok esetben egy-egy igazán nehéz problémát rávezetésként (didaktikai okokból) egy hasonló témájú, de egyszerűbb példa előz meg.

A problémák legnagyobb részét nem konkrét adatokkal, hanem paraméteres formában fogalmaztuk meg, de előfordulnak számszerű eredményt kérdező feladatok is. Az utóbbiakhoz szükséges természeti, csillagászati és anyagi állandókat a függelékben soroltuk fel. Ugyanitt – tömör formában – megadjuk azokat a *matematikai összefüggéseket*, amelyek a feladatok megoldása során hasznosnak bizonyulhatnak.

A feladatok többsége nem könnyű, némelyik határozottan nehéz. Az Olvasót természetesen arra biztatjuk, hogy próbálja meg önállóan megoldani, kibogozni a problémát. A legnagyobb öröm az lesz, ha ez sikerül! Ha mégsem, ne csüggedjen, hanem lapozza fel a könyv második részének megfelelő oldalát, ahol rövid *útmutatás* található. Az esetek többségében ez segít, bár nem nyújtja a teljes megoldást; a részleteket az Olvasónak kell végiggondolnia. Ha ez sikerül és ellenőrizni akarja gondolatmenete helyességét, vagy ha végképp feladta, és már csak a megoldásra kíváncsi, akkor a harmadik részben megtalálja azt. Vannak olyan problémák is a könyvben, amelyek még az itt közölt megoldással sem tekinthetők lezártnak. A továbbgondolásra érdemes pontokra, irányokra – ahol ilyenek vannak – a megoldás végén (megjegyzés formájában) utalunk.

A rokon problémák (melyek megoldása hasonló gondolatmenetet igényel) általában egymás után következnek. Ha valamelyik feladat egy távolabbi sorszámú problémával hozható kapcsolatba, erre a tényre utalunk az útmutatásban vagy a megoldásban. A nehéz vagy különösen nehéz gondolatot igénylő feladatokat a sorszámuknál egy vagy két *csillaggal* is megjelöltük.

Ez a könyv *nem könnyű* olvasmány. A fiatal Olvasók könnyen találkozhatnak olyan matematikai vagy fizikai ismereteket igénylő feladatokkal, amelyekkel még nem rendelkeznek. Nekik a „lineáris” olvasás helyett azt tanácsoljuk, hogy nyugodtan csemegézzenek, válogassanak a problémák közül kedvükre valót, és a nehezebb feladatokra majd később, tanulmányaik előbbre haladtával térjenek vissza.

Jelölések

$\boldsymbol{a}$	vektormennyiség
$a = \lvert\boldsymbol{a}\rvert$	az $\boldsymbol{a}$ vektor hossza
Δf	az f fizikai mennyiség megváltozása
$f'(x) \equiv \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$	az $f(x)$ függvény deriváltja
$\dot{f}(t) \equiv \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$	az $f(t)$ fizikai mennyiség változási gyorsasága
t, T	idő, periódusidő
$\boldsymbol{r}$	helyvektor
$\boldsymbol{v} = \dot{\boldsymbol{r}}$	sebességvektor
$\boldsymbol{a} = \dot{\boldsymbol{v}} = \ddot{\boldsymbol{r}}$	gyorsulásvektor
$\boldsymbol{g}$	nehézségi gyorsulás
$\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\Omega}$	szögsebességvektor
m, M	tömeg
F, N, K, S	erő, nyomóerő, kényszererő, súrlódási erő
M	forgatónyomaték
$\boldsymbol{p}$	lendület (impulzus)
$\boldsymbol{N}$	perdület (impulzusmomentum)
Θ	tehetetlenségi nyomaték
α	felületi feszültség
γ	gravitációs állandó
ϱ, λ	tömegsűrűség, vonalmenti sűrűség
σ	rugalmas feszültség
μ	súrlódási tényező
D	rugóállandó
f	frekvencia
ω	körfrekvencia
λ	hullámhossz
E	Young-modulus
L	fázisátalakulási hő (fagyáshő, forráshő)
Q	hőmennyiség
W	munka
P	teljesítmény
E, W	energia
T	hőmérséklet
p	nyomás
V	térfogat
S	entrópia
c, C	fajhő, hőkapacitás
q, Q	elektromos töltés
I	elektromos áramerősség
Φ, U	elektromos potenciál, feszültség
R	ellenállás
C	kapacitás
L	önindukciós együttható
M	kölcsönös indukciós együttható
λ, σ, ϱ	vonalmenti, felületi és térfogati töltéssűrűség
$\boldsymbol{p}$	elektromos dipólnyomaték
$\boldsymbol{m}$	mágneses dipólnyomaték
$\boldsymbol{E}$	elektromos térerősség
$\boldsymbol{B}$	mágneses indukcióvektor
A, ΔA	felület, felületelem
Ψ	elektromos fluxus
Φ	mágneses fluxus

Feladatok

Kinematika

F. 1.[*] Négy csiga már igen hosszú ideje egyenes vonalban, egyenletesen mozog egy nagyon nagy sík felületen. Útvonalaik elhelyezkedése teljesen általános, vagyis bármelyik kettő pályája metszi egymást, de semelyik ponton nem halad át kettőnél több csiga-útvonal.

Tudjuk, hogy a 4 csiga összesen elképzelhető $4 \cdot 3/2 = 6$ találkozása közül 5 már ténylegesen megvalósult. Állíthatjuk-e biztosan, hogy a hatodik találkozás is létre fog jönni?

F. 2.[*] Két egyenletesen mozgó test pályája egy adott vonatkoztatási rendszerből nézve párhuzamos.

a) Tudunk-e olyan vonatkoztatási rendszert választani, amelyből szemlélve a két test pályája keresztezi egymást?

b) Ha van ilyen rendszer, és megfelelő kezdőfeltétellel indulnak a testek, akkor egyszerre érnek a kereszteződési ponthoz. Hogyan egyeztethető össze ez a találkozás a másik vonatkoztatási rendszerből nézve párhuzamos pályákkal?

(Mindkét vonatkoztatási rendszer inerciarendszer, a testek sebessége nemrelativisztikus.)

F. 3. Anna egy 6 méter sugarú, egyenletesen forgó körhinta szélén ül. Béla a körhinta középpontjától 12 méterre a földön áll. Béla úgy látja, hogy Anna éppen feléje mozog 1 m/s sebességgel. Mekkora sebességgel látja ekkor mozogni Anna Bélát?

F. 4. Három kicsi csiga egy 60 cm oldalú szabályos háromszög egy-egy csúcspontjában helyezkedik el. A csigák 5 cm/perc nagyságú sebességgel elindulnak: az első csiga a második felé, a második a harmadik felé, a harmadik pedig az első irányába. A csigák mozgásuk közben mindvégig állandó nagyságú sebességgel a kiszemelt társ irányába haladnak.

Mennyi idő múlva és mekkora út megtétele után találkoznak? Hogyan írhatjuk le a pályájuk egyenletét? Mozgásuk során hányszor járják körül a találkozási pontjukat?

F. 5. Egy csónak állóvízben 3 m/s sebességgel képes haladni. Folyón átkelve a parthoz képest milyen irányban evezzen a csónakos, ha a lehető legrövidebb úton akar átjutni az egyik partról a másikra? A folyó sebessége mindenhol ugyanakkora, értéke

a) 2 m/s,

b) 4 m/s.

F. 6.* Egyenes, állandó szélességű csatorna egyik oldaláról a szemben lévő pont felé indul egy csónakos. A csatorna vize mindenhol v sebességű. A csónakos egyenletesen evez úgy, hogy állóvízben szintén v sebességgel haladna. Csónakját mindig a célpont irányába állítja, így a víz lefelé sodorja. Szerencsére sose fárad el. Mennyire sodorja le a víz a csónakost? Hová jut el? Milyen pályán mozog a parthoz viszonyítva?

F. 7. Egy fiú $v = 5$ m/s sebességgel fut észak felé egy befagyott nagy tó sima jegén. A cipőtalpa és a jég között a csúszási és a tapadási súrlódási együttható megegyezik, értéke $\mu = 0{,}1$. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a fiú által a jégre kifejtett függőleges irányú, időben változó nyomóerő helyettesíthető az átlagértékével.

a) Legalább mennyi időre van szüksége a fiúnak ahhoz, hogy eredetileg észak felé mutató sebességét keleti irányú, de szintén v nagyságúra változtassa?

b) A lehetséges legrövidebb idő esetén milyen alakú pályán mozog a fiú a kanyarodás során?

F. 8.* Egyenes tengerparton, a partra merőleges irányban indul el, és állandó v sebességgel halad a csempészek hajója. A parti őrség naszádja kezdetben d távolságra van a csempészektől, és ugyanakkor indul el a parttól, mint azok. Az őrnaszád állandó nagyságú sebességgel mindig a csempészek felé halad, és a parttól éppen d távolságra éri utol a bűnözőket.

Hányszor nagyobb a parti őrség naszádjának sebessége, mint a csempészeké?

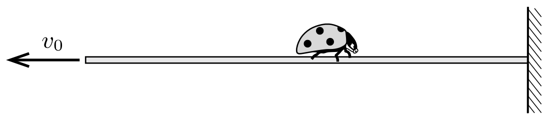
F. 9.* Egy kutya gazdája a partra merőlegesen $d = 5$ méterre bedob egy labdát a folyóba. Amikor a labda a vízbe pottyan, a kutya a vízbe veti magát, elúszik a labdáig, majd azzal visszatér a parton álló gazdihoz. A víz sebessége mindenhol $c = 0{,}3$ m/s, a kutya a vízhez képest $v = 0{,}5$ m/s sebességgel tud úszni.

a) Mennyi idő alatt ér vissza a kutya a gazdájához, ha úgy úszik, hogy a *vízhez viszonyított* sebessége a labda eléréséig állandóan a labda felé, utána pedig mindig a gazdája felé mutat?

b) A kutya rövidebb idő alatt is vissza tudja hozni a labdát a gazdájához, ha sebességének irányát nem ösztönösen, hanem „megfontoltabban” választja meg. Legalább mennyi ideig tartózkodik a vízben a kutya és milyen pályán mozog a gazdája szerint, ha a „legügyesebb” (vagyis a leggyorsabb) stratégiát választja?

F. 10.* Alaszkai *aranyásók* népes csoportja egy széles folyóhoz érkezik. A túlsó parton – éppen szemben – egy hatalmas *aranyrögöt* pillantanak meg. Amelyikük először ér oda, az kapja meg a bányaművelés jogát. Milyen útvonalat válasszon Joe, ha ugyanolyan gyorsan tud evezni a vizen, mint gyalogolni a szárazföldön? Határozzuk meg Joe legkedvezőbb útvonalát, ha sebességének és a folyó sebességének aránya az *aranymetszés* arányszámánál *a*) nagyobb, *b*) kisebb.

F. 11. Egy méter hosszú, „szupernyúlékony” pókhálószál egyik végét függőleges falhoz erősítette egy pók. A szálon valahol egy szegett szárnyú katicabogár ül. A szál másik végét egyenletes $v_0 = 2$ cm/s sebességgel húzni kezdi az éhes pók, miközben ő maga nem mozdul el eredeti helyéről. Ugyanekkor a katica menekülni kezd a fal felé, a szálhoz képest állandó $v_1 = 5$ mm/s sebességgel.



a) Vajon eléri-e a katica a falat?

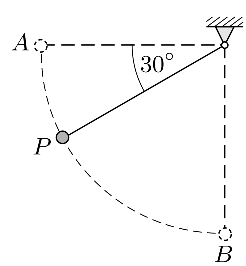
b) Hogyan módosul a feladat megoldása, ha a pók nem marad ugyanazon a helyen, hanem a pókhálószál végével együtt mozog?

F. 12. Egy α hajlásszögű lejtő feletti P pontból a lehető legrövidebb idő alatt szeretnénk elérni a lejtőt úgy, hogy a ponton keresztül egyeneseket fektetünk, melyeken súrlódásmentesen mozoghatunk. Milyen irányú egyenes a legkedvezőbb?

F. 13.* Egy hosszú lejtőn súrlódásmentesen mozoghat egy kiskocsi. A kocsit meglökjük a lejtésvonallal párhuzamosan valamekkora sebességgel, majd valamennyi idővel később hirtelen megállítjuk. Legfeljebb mennyi ideig tartott a kiskocsi mozgása, ha az utolsó másodpercben éppen feleakkora utat tett meg, mint a mozgásának teljes időtartama alatt?

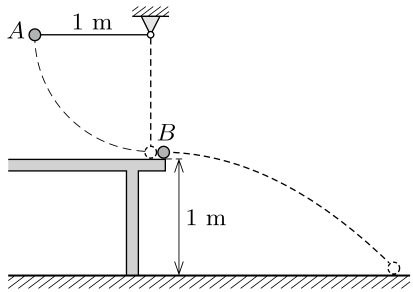
F. 14. Egy falióra nagymutatója másfélszer hosszabb, mint a kismutató. Éjfél után leghamarabb mikor változik a falióra mutatóinak végpontjai közötti távolság a leggyorsabban, és mikor a leglassabban?

F. 15. Egy vízszintesen kitérített fonálingát lökés nélkül elengedünk. Milyen görbén söpör végig az inga gyorsulásvektorának végpontja?



F. 16. Fonálingát derékszögben kitérítünk, majd lökés nélkül elengedünk. Az *ábra* szerinti AP vagy PB szakaszt teszi meg az inga rövidebb idő alatt?

F. 17. Egy 1 méter magas asztal szélén kicsiny acélgolyó nyugszik. Egy másik acélgolyót, amely egy 1 méteres fonálinga nehezéke, az *ábrán* látható módon kezdősebesség nélkül indítva nekiütköztetjük az asztalon levőnek. A golyók tömege egyforma, ütközésük rugalmas.



a) Melyik golyó mozog hosszabb ideig?

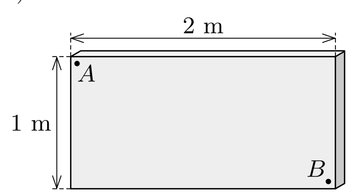
b) Melyik golyó tesz meg hosszabb utat?

(A B jelű golyó mozgását csak a földet érés pillanatáig vizsgáljuk.)

F. 18. Egy függőlegesre állított rajztáblába szögeket verünk. Az *ábrán* látható A pontból elejtünk egy kicsiny acélgolyót, amely a szögeken rugalmasan pattogva eljut a B pontba. (Az ábrán a szögek nem láthatók!)

a) Lehetséges-e, hogy a golyó hamarabb jut el az A pontból a B pontba, mintha a legrövidebb úton, vagyis az AB egyenesen súrlódásmentesen csúszott volna?

b) Eljuthat-e a golyó 0,4 másodpercnél hamarabb a B pontba?



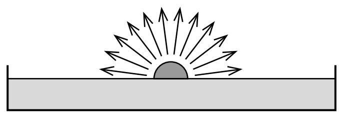
F. 19. Egy hosszú, a vízszinteshez képest α hajlásszögű lejtőre bizonyos magasságból függőlegesen ráejtünk egy kicsiny, rugalmas labdát. Milyen szabályszerűséget találhatunk a labda egymást követő pattanási helyeinek távolsága között? (Az ütközéseket tekintsük tökéletesen rugalmasnak, és a közegellenállást hanyagoljuk el!)

F. 20. A v_0 kezdősebességgel ferdén elhajított test légüres térben (pl. a Holdon) parabolapályán mozog. Milyen messze van ennek a parabolának a fókuszpontja az elhajítás helyétől? Hány fokos hajítási szög esetén van a fókuszpont az elhajítás helyével azonos magasságban?

F. 21.* Egy h magas toronyból adott v_0 nagyságú kezdősebességgel különböző irányokba hajíthatunk el pontszerű testeket. Legfeljebb mekkora (vízszintesen mért) távolságra juthatnak el a testek, ha a légellenállás nem számottevő?

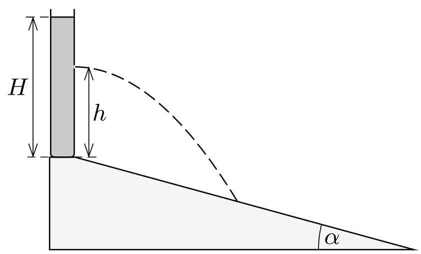
F. 22.* Milyen meredeken hajíthatunk el egy követ, ha azt szeretnénk, hogy a kő mindvégig távolodjon tőlünk?

F. 23.* Képzeljünk el egy szökőkutat, amelynek kicsiny szórófeje a szökőkút medencéjének vízfelszínén található. A szórófej félgömb alakú, amin nagyon sok, egyenletesen elosztott kicsiny lyuk van, melyeken minden irányban ugyanakkora sebességgel lövell ki a víz. Milyen alakú lesz a kiáramló vízsugarakból képződő vízbúra? (Feltehetjük, hogy a vízsugarak nem találkoznak.)



F. 24. Egy függőleges tengelyű mérőhenger falába sűrűn, egyenletes elrendezésben apró lyukakat fúrtunk. A hengert H magasságig feltöltjük vízzel, melynek következtében a lyukakon (a mérőhenger falára merőlegesen) vékony vízsugarak lövellnek ki. Milyen alakú a vízsugarak burkolófelülete? (A vízsugarak nem akadályozzák egymást, és folyamatos utántöltéssel gondoskodunk a vízszint állandóságáról a hengerben.)

F. 25.* Egy hosszú, α hajlásszögű lejtő tetején álló henger alakú edényben H magasságban áll a víz. Az edény aljához képest milyen h magasságban kell lyukat fúrnunk a henger oldalán, ha azt akarjuk, hogy a kilövellő vízsugár a lehető legtávolabb érje el a lejtőt, és mekkora ez a távolság?



F. 26.* A földön egy 20 cm átmérőjű fatörzs fekszik vízszintes helyzetben. Legalább mekkora sebességgel kell elrugaszkodnia egy szöcskének a földről, hogy át tudja ugrani a fatörzset? (A légellenállást hanyagoljuk el!)

F. 27. Oldalról fényképezzük az előttünk elhaladó kerékpár első kerekét. A véges expozíciós idő miatt a küllők elmosódottnak látszanak. Vannak azonban a képen élesen látszó pontok is! Hol vannak ezek a pontok? (Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a kerékpár küllői sugárirányúak.)

F. 28.* Milyen egy kerékpár küllős kerekének képe a célfotón? A célfotó úgy készül, hogy a célvonal nagyon keskeny sávjáról nagyon sűrűn egymás után elektronikus kamerával felvételeket készítenek, majd ezeket egymás mellett, a kerékpár várható haladási sebességének megfelelő távolságban helyezik el. (Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a kerékpár küllői sugárirányúak.)

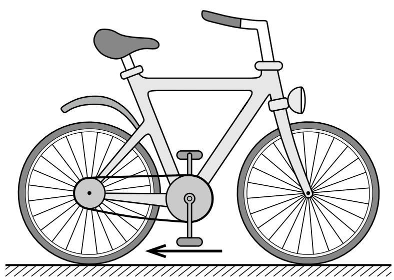
F. 29.** Egy 50 cm sugarú kocsikeréknek 12 küllője van. A kerék tisztán gördül, tengelyének sebessége 15 m/s. Legalább mekkora sebességgel kell kilőnünk egy 20 cm hosszú nyílvesszőt, hogy az a küllők között átrepülhessen? (A nyílvessző függőleges mozgását és a küllők vastagságát elhanyagolhatjuk.)

F. 30.* A járdán állva éppen csak annyira fogjuk a kerékpárunkat, hogy az ne tudjon eldőlni. A pedál hajtókarja függőleges. Barátunk a kerékpár mellett térdelve az alsó helyzetében levő pedált a kezével a hátsó kerék irányába kezdi tolni.

a) Merrefelé mozdul el az alsó helyzetű pedál a talajhoz képest?

b) Merre indul el a kerékpár?

(A súrlódás elegendően nagy ahhoz, hogy a hátsó kerék ne csússzon meg.)



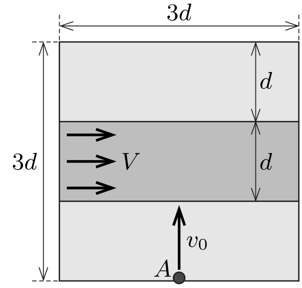
Tömegpontok dinamikája

F. 31. Vízszintes asztallap szélén áll egy „kis micsoda”. Meglökjük úgy, hogy eljusson az 1 méter széles asztal túlsó széléig. El is jut oda 2 másodperc alatt. Van-e kereke ennek a kis micsodának?

F. 32. Egy vízszintes, négyzet alakú, $3d = 3$ m oldalélű kísérletező asztal felülete sík. Az asztal $d = 1$ m szélességű középső sávját egy állandó $V = 3$ m/s sebességgel mozgó (végtelenített) gumiszalag képezi, amely pontosan illeszkedik az asztallap nyugvó felületéhez.

Az asztal egyik szélének közepére (az *ábrán* látható A pontba) egy kicsiny, lapos korongot fektetünk, majd $v_0 = 4$ m/s sebességgel elindítjuk a futószalagra merőleges irányban. A korong és az asztallap álló része közötti súrlódás elhanyagolható, míg a korong és a gumiszalag közötti csúszási súrlódási együttható $\mu = 0{,}5$.

Hol esik le a korong az asztalról?



F. 33. Ha egy versenyautó bizonyos idő alatt x liter üzemanyag felhasználásával álló helyzetből 100 km/óra sebességre gyorsul, akkor további $3x$ liter benzin felhasználásával növelheti sebességét 200 km/órára. Mindezt a rajtnál álló egyik néző, Péter számolta ki, aki megtanulta fizikaórán, hogy a mozgási energia a sebesség négyzetével arányos. (Feltételezte, hogy a rajtnál a motor által leadott energia főként az autó mozgásba hozására fordítódik, a légellenállást és egyéb súrlódásokat elhanyagolta.)

A versenypálya mellett egy vasútvonal vezet. A rajtot egy – az autóversenyzők haladási irányával ellentétesen haladó – 100 km/óra sebességű vonat ablakából végignézte Pál is, aki szintén tanult fizikát. Ő így érvelt: ha az első szakaszban x liternyi üzemanyag elhasználásával a sebesség 100-ról 200 km/órára nőtt, akkor a második szakaszban a 200-ról 300 km/órára felgyorsuló autónak

$$\frac{300^2 - 200^2}{200^2 - 100^2} = \frac{5}{3}x$$

litert kell fogyasztania.

Vajon kinek van igaza, Péternek vagy Pálnak?

F. 34. Egy lefelé haladó mozgólépcső alja és teteje között a szintkülönbség $h = 20$ m. Egy $m = 50$ kg tömegű, hóbortos fiú felszalad a mozgólépcső aljától a tetejéig. A fiú lépcsőfokokhoz viszonyított (átlag)sebessége másfélszer akkora, mint a mozgólépcső haladási sebessége. Mennyi munkát végez a fiú? Mire fordítódik a befektetett munka?